

#### IV. Loi de décroissance radioactive.

Cette partie peut être réalisée sous la forme d'un TP ou d'un cours.

Comment interpréter l'étrange comportement d'un échantillon de matière radioactive ?

Expérience : Etude de la décroissance radioactive du radon 220 à partir du film « radondivx5 »

Description du film :           Durée du film : 3 min

- première partie (1 min) : préparation du matériel
- deuxième partie (1 min 20 s) : décroissance radioactive du radon 220
- troisième partie (40 s) : mise en évidence du caractère aléatoire de la désintégration

Ordre du TP ou du cours :

- A. Etude de la préparation du matériel décrit dans le film
- B. Mise en évidence du caractère aléatoire de la désintégration
- C. Décroissance radioactive du radon 220

#### Visionner le film et répondez aux questions

##### A. Première partie : préparation du matériel

Matériel :

- la fiole scintillante : fiole dans laquelle on effectue le comptage de radioactivité.
- Le générateur de radon : fiole contenant du thorium 232 qui par désintégration successives donne du radium 224 qui par désintégration  $\alpha$  donne du radon 220.
- Pompe à vide, manomètre et tuyau.
- Photomultiplicateur : dispositif dans lequel on place la fiole scintillante et qui permet le comptage des désintégrations.

Questions discussion réponses :

- Pourquoi faire le vide dans la fiole scintillante ?

On fait le vide dans la fiole afin de n'avoir que du radon 220.

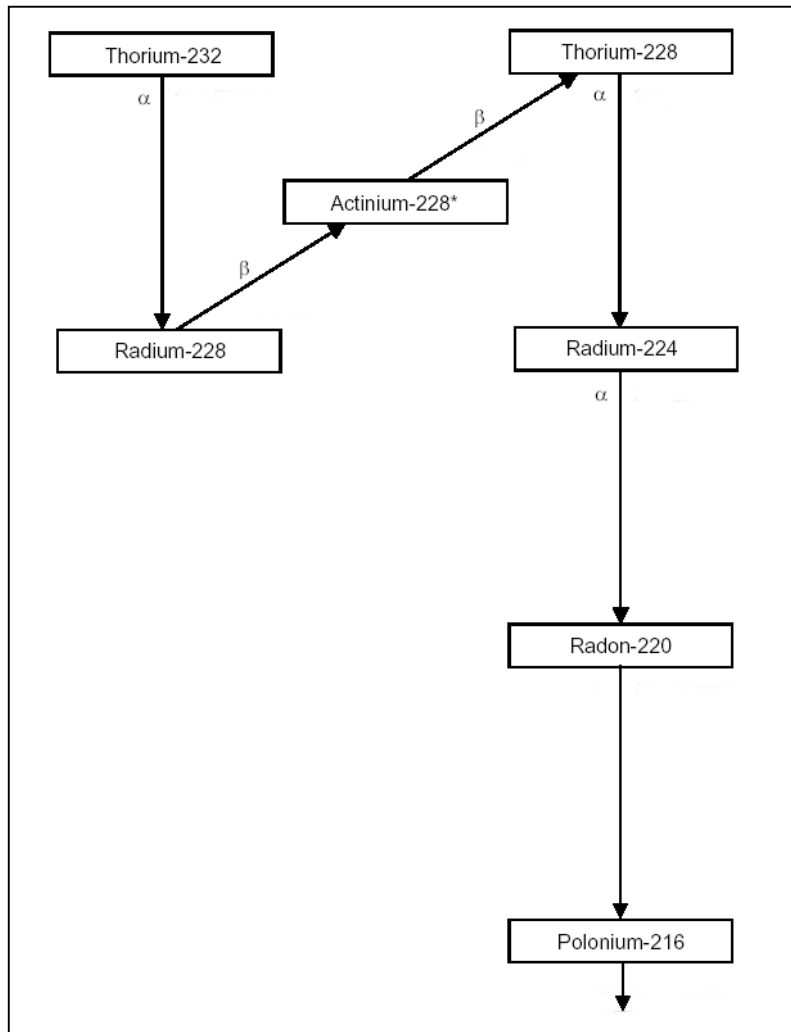
- Pourquoi le contenu du générateur de radon se transfère-t-il naturellement dans la fiole scintillante ?

Le contenu du générateur se transfère simplement par différence de pression. La pression dans la fiole scintillante est très faible puisqu'on a fait le vide dedans.

- Etude de la chaîne de désintégration aboutissant à la formation de radon 220.

A partir des documents fournis page suivante, répondez aux questions suivantes :

1. Rappeler les lois de conservation lors des réactions nucléaires.
2. Ecrire l'équation de désintégration du thorium 232 ( $^{232}_{90}\text{Th}$ )
3. Ecrire l'équation de désintégration du radium 228 ( $^{228}_{88}\text{Ra}$ ). S'agit-il d'une désintégration  $\beta^-$  ou  $\beta^+$  ?
4. Ecrire l'équation de désintégration de l'actinium 228. S'agit-il d'une désintégration  $\beta^-$  ou  $\beta^+$  ?
5. Que signifie l'astérisque \* sur l'actinium ?
6. Ecrire l'équation de désintégration du thorium 228.
7. Ecrire l'équation de désintégration du radium 224.
8. Quelle est la nature de la désintégration du radon 220 en polonium 216 ?



Source : [www.ead.anl.gov/pub/doc/natural-decay-series.pdf](http://www.ead.anl.gov/pub/doc/natural-decay-series.pdf)

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV	XV	XVI	XVII	XVIII
H 1																	He 2
Li 3	Be 4											B 5	C 6	N 7	O 8	F 9	Ne 10
Na 11	Mg 12											Al 13	Si 14	P 15	S 16	Cl 17	Ar 18
K 19	Ca 20	Sc 21	Ti 22	V 23	Cr 24	Mn 25	Fe 26	Co 27	Ni 28	Cu 29	Zn 30	Ga 31	Ge 32	As 33	Se 34	Br 35	Kr 36
Rb 37	Sr 38	Y 39	Zr 40	Nb 41	Mo 42	Tc 43	Ru 44	Rh 45	Pd 46	Ag 47	Cd 48	In 49	Sn 50	Sb 51	Te 52	I 53	Xe 54
Cs 55	Ba 56	La 57-71	Hf 72	Ta 73	W 74	Re 75	Os 76	Ir 77	Pt 78	Au 79	Hg 80	Tl 81	Pb 82	Bi 83	Po 84	At 85	Rn 86
Fr 87	Ra 88	Ac 89-103															
Lanthanides			La 57	Ce 58	Pr 59	Nd 60	Pm 61	Sm 62	Eu 63	Gd 64	Tb 65	Dy 66	Ho 67	Er 68	Tm 69	Yb 70	Lu 71
Actinides			Ac 89	Th 90	Pa 91	U 92	Np 93	Pu 94	Am 95	Cm 96	Bk 97	Cf 98	Es 99	Fm 100	Md	No	Lw

Réponses :

1. Lors des réactions nucléaires, il y a conservation du nombre de nucléons et de la charge électrique.
2.  ${}_{90}^{232}\text{Th} \rightarrow {}_{88}^{228}\text{Ra} + {}_2^4\text{He}$
3.  ${}_{88}^{228}\text{Ra} \rightarrow {}_{89}^{228}\text{Ac} + {}_{-1}^0\text{e}$  Il s'agit d'une désintégration  $\beta^-$
4.  ${}_{89}^{228}\text{Ac} \rightarrow {}_{90}^{228}\text{Th} + {}_{-1}^0\text{e}$  Il s'agit d'une désintégration  $\beta^-$
5. L'astérisque \* signifie que l'actinium est dans un état excité susceptible d'émettre un rayonnement  $\gamma$ .
6.  ${}_{90}^{228}\text{Th} \rightarrow {}_{88}^{224}\text{Ra} + {}_2^4\text{He}$
7.  ${}_{88}^{224}\text{Ra} \rightarrow {}_{86}^{220}\text{Rn} + {}_2^4\text{He}$
8. Il s'agit d'une désintégration  $\alpha$ .

## B. Deuxième partie : Mise en évidence du caractère aléatoire de la désintégration

### B1. Caractère aléatoire du lancé de dé.

Vous allez effectuer plusieurs centaines de lancers, pour cela vous allez utiliser un logiciel de lancé de dés.

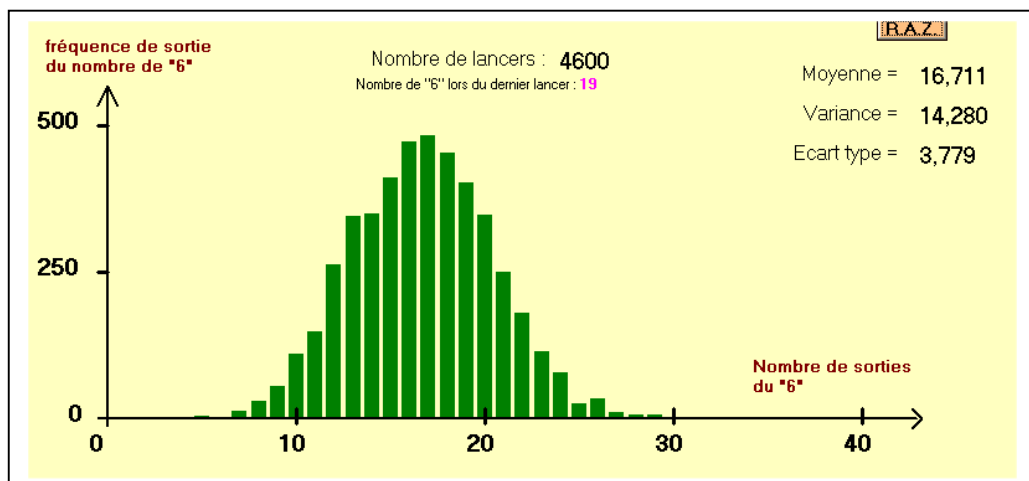
Télécharger gratuitement ce logiciel :

<http://www.ac-bordeaux.fr/Pedagogie/Physique/telechargement/phyter/radioactivite/lancerdedes/index.htm>

cliquer sur « caractère aléatoire du lancé de dés ».

Question discussion réponse

- a. lancer le dé, 30 fois. Que-peut-on conclure des résultats obtenus ?
- b. cliquer sur nombre dés et choisir « passer à 100 dés ». Tous les dés affichent-ils le même résultats ?
- c. cliquer sur nombre dés et choisir « passer au diagramme en bâtons ». Effectuer plusieurs fois 200 lancers afin d'obtenir un total de 4600 lancers. Noter la moyenne de la fréquence de sortie d'un 6.  
Cette valeur est-elle compatible avec la probabilité de sortie d'un 6 ?
- d. Quel est l'intérêt d'effectuer autant de lancers ?



Réponses :

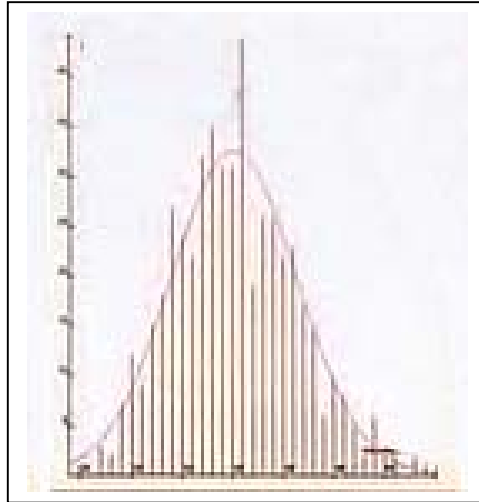
- a- On peut conclure que le résultat du lancé de dé n'est pas prévisible.
- b- Tous les dés n'affichent pas le même résultat. Le résultat est aléatoire.
- c- La moyenne de la fréquence de sortie d'un 6 est 16,711 pour 100 dés.  
La probabilité de sortie d'un 6 est  $1/6^{\text{ème}}$  soit 0,167.  
Le résultat 0,16711 pour un dé est compatible avec la probabilité de 0,167.
- d- Pour un grand nombre de lancers, la valeur moyenne et l'écart type se stabilise.

## B2. Comparaison avec la désintégration du radon.

Observer la courbe obtenue dans la troisième partie du film.

Le comptage s'effectue sur une durée très courte.

Il ne montre pas la variation du nombre de noyaux restants dans l'échantillon, mais comment les noyaux se désintègrent.



Question discussion réponse

- Quelles réflexions vous suggèrent la comparaison des graphes obtenus pour les séries de comptage de la désintégration du radon et pour les séries de lancés de dés ?
- Proposer une hypothèse pour de qui concerne le caractère de la désintégration radioactive ?

Réponses :

- En comparant les deux graphes, on constate qu'ils sont de même nature.
- On peut poser comme hypothèse que la désintégration radioactive a un caractère aléatoire.

## C. Décroissance radioactive du radon 220.

Comment évolue la population de noyaux au cours du temps ?

### C1. Lancés de dés.

- Ouvrir le programme.
- Cliquer sur « décroissance du nombre de dés »

Principe : on lance 200 dés et on retire tous les dés affichant un « 6 »

Questions discussion réponses :

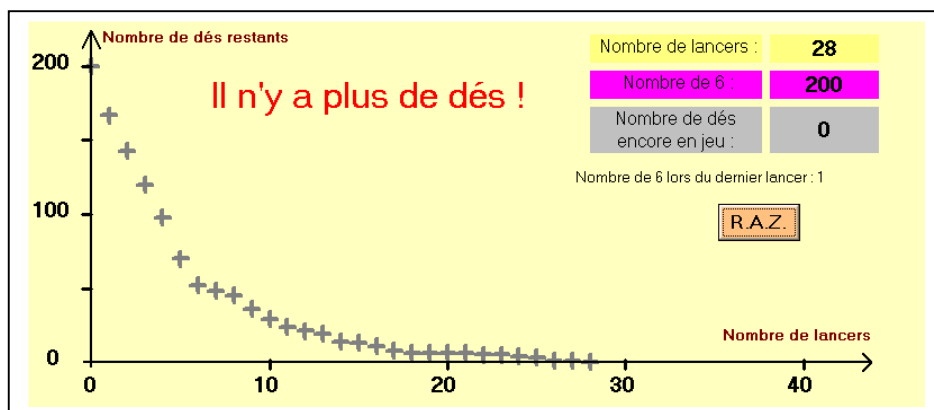
- Effectuer si possible 30 lancers et noter dans un tableau le nombre de dés restants.
- Tracer sur une feuille de papier millimétré, le graphe représentant le nombre de dés restants en fonction du nombre de lancers.
- A quelle type de fonction mathématique vous fait penser ce graphe ?

Réponses :

a. Tableau

lancé	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Dés restants	200	167	143	120	98	70	52	48	45	36	29	24	21	19	14	13	11	8	6	6	6	6	5	5	4	3	1	1	0	0	0

b. Graphe



c. Fonction mathématique

Cette courbe de décroissance est du type exponentielle décroissante.

Si on note  $N_0$ , le nombre de dés initial  $N_0 = 200$  et  $N$ , le nombre de dés restants, on peut écrire la relation suivante :

$$N_0 = N e^{-x}$$

Cette fonction possède la propriété suivante  $f'(x) = k.x$

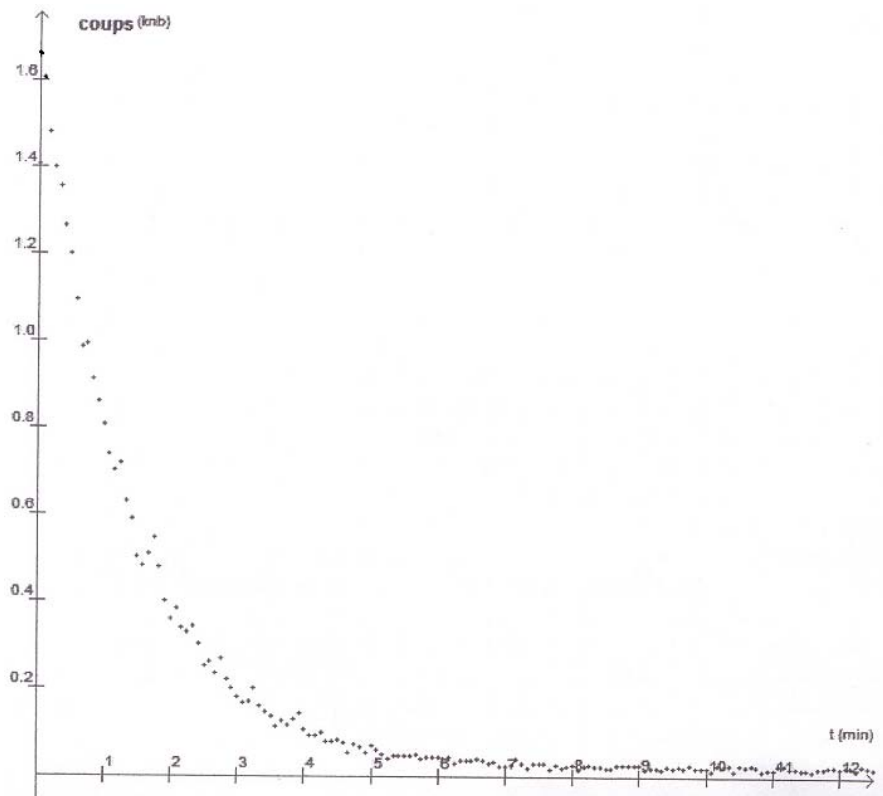
## C2. Désintégration du radon 220.

1. Analyse du graphe obtenu lors du comptage.

Le comptage s'effectue maintenant sur une durée plus longue, afin de visualiser la diminution du nombre de noyaux restants dans l'échantillon.

Chaque point représente le nombre de noyaux restants.

La courbe ci-dessous résulte d'un grand nombre de courbes obtenues dans la partie B.



On souhaite caractériser l'évolution de la population de noyaux radioactifs.

On peut proposer 3 hypothèses d'évolution différentes en faisant une comparaison avec une population humaine :

- Mort par épidémie, donc avec interaction entre les individus de la population restante.
- Mort avec vieillissement.
- Mort aléatoire sans vieillissement.

Question discussion réponse :

A partir des résultats obtenus précédemment, indiquer quelle est l'hypothèse à retenir.

Réponse :

L'hypothèse à retenir est : « mort sans vieillissement » car le graphe de la désintégration du radon 220 est de même nature que celui correspondant au lancé de dés aléatoire vu précédemment.

## 2. Loi de décroissance radioactive.

On a montré précédemment que lors de la décroissance radioactive :

- Pendant une durée  $\Delta t$ , le nombre de noyaux radioactifs contenus dans l'échantillon variait. On note  $\Delta N$  cette variation.  $\Delta N < 0$ .
- $\Delta N(t)$  est proportionnel au nombre de noyaux  $N(t)$  présent à l'instant  $t$  et à la durée  $\Delta t$ .

On peut écrire  $\Delta N(t) = -\lambda \cdot N(t) \cdot \Delta t$

$\lambda$  est appelé constante de désintégration radioactive. Elle est une constante caractéristique de l'élément.

- Par analyse dimensionnelle, on peut déterminer l'unité de  $\lambda$ .

$$[\lambda] = \frac{[\Delta N(t)]}{[\Delta t] \cdot [N(t)]} = \frac{1}{[\Delta t]} = \frac{1}{[T]} \quad \lambda \text{ a pour unité } s^{-1}$$

- Etablissons la loi de décroissance radioactive :

$$\frac{\Delta N(t)}{\Delta t} = -\lambda \cdot N(t)$$

Pour une durée très courte, on a l'équation différentielle :

$$\frac{dN(t)}{dt} = -\lambda \cdot N(t) \quad \frac{dN(t)}{dt} : \text{dérivée de } N \text{ par rapport au temps}$$

Cette expression est à rapprocher de celle trouvée plus haut  $f'(x) = k \cdot x$

En intégrant, on obtient  $\ln N(t) = -\lambda \cdot t + \text{Constante}$

- Détermination cette constante : à  $t_0 = 0$ , on a  $N(0) = N_0$  donc  $\ln N_0 = \text{Constante}$

Alors  $\ln N(t) = -\lambda \cdot t + \ln N_0$  soit  $\ln \left( \frac{N(t)}{N_0} \right) = -\lambda t$

La loi de décroissance radioactive est  $\frac{N(t)}{N_0} = e^{-\lambda t}$  ou encore  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

Ce résultat est en conformité avec ceux obtenus lors du lancé de dés.

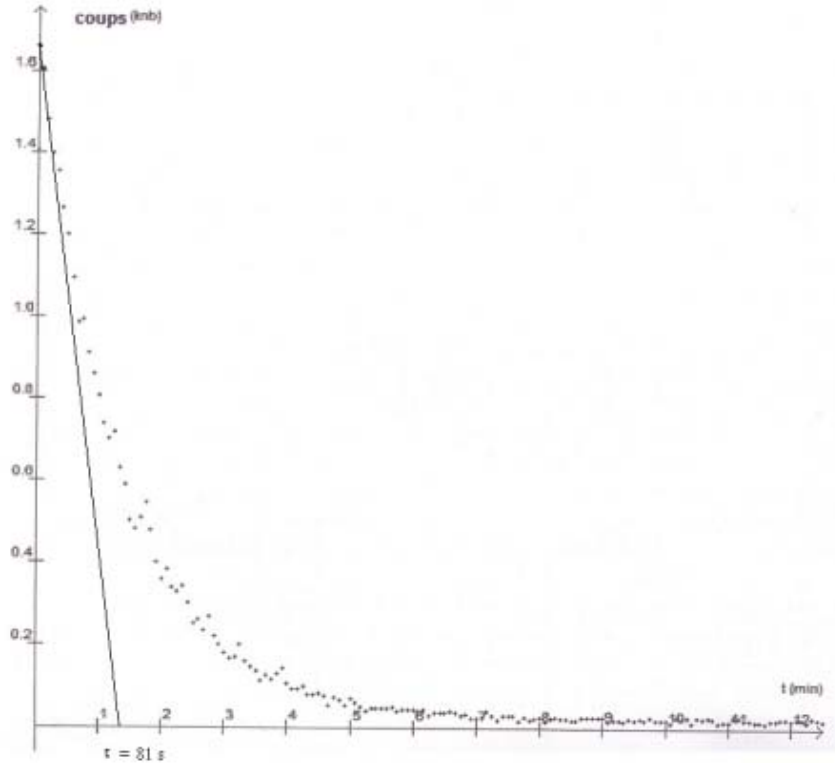
On note  $\tau$  la constante de temps.  $\tau = \frac{1}{\lambda}$  (unité : seconde)

La relation  $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$  peut s'écrire  $N(t) = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

Question discussion réponse :

- Déterminer graphiquement  $\tau$  et en déduire la valeur de  $\lambda$ .

Réponse :



La constante de temps est égale à  $\tau = 81 \text{ s}$

La constante de décroissance radioactive est égale à  $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{81} = 0,1234 \text{ s}^{-1}$

3. Demi-vie  $t_{1/2}$ .

a- Définition

La demi-vie est la durée correspondant à la désintégration de la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon.

b- Détermination graphique.

On note la valeur maximale en ordonnée (par ex. coups dans l'expérience du film)  
On divise par deux cette valeur et on détermine graphiquement la date correspondante.

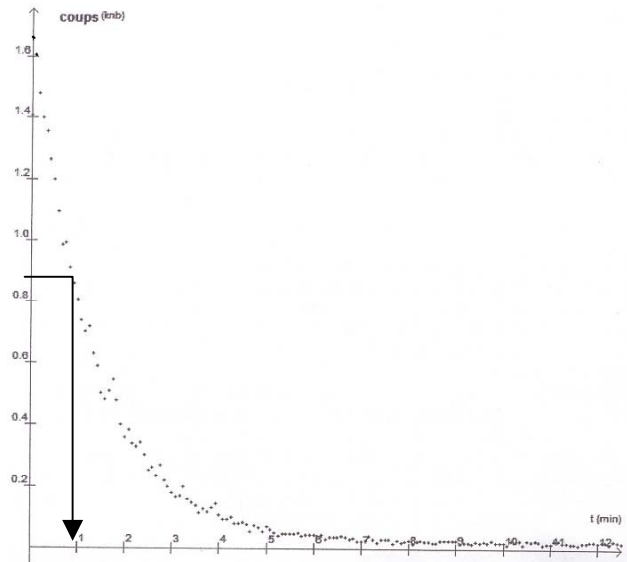


Question discussion réponse :

Déterminer la demi-vie du radon 220.

Réponse :

$$t_{1/2} = 0,93 \text{ min} = 56 \text{ s}$$



4. Relation entre la demi-vie  $t_{1/2}$  et la constante de désintégration radioactive  $\lambda$ .

$$\text{Si } t = t_{1/2}, \text{ on a } N(t_{1/2}) = \frac{N_0}{2} \quad \text{alors} \quad \frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda t_{1/2}} \quad \text{soit } e^{-\lambda t_{1/2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{Il vient } \lambda t_{1/2} = -\ln \frac{1}{2} \quad \text{alors} \quad \lambda t_{1/2} = \ln 2$$

$$\text{donc } t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

$$\text{Avec } \tau = \frac{1}{\lambda}, \text{ on a } t_{1/2} = \tau \ln 2$$