Correction de l'exercice « Borgs » RLC

II.1. On visualise la tension aux bornes du condensateur. 0,25

II.2. On visualise la tension aux bornes de la résistance c'est à dire l'intensité du courant car on a $u_R = Ri$. 0,25

II.3.a. On applique la loi d'additivité des tensions : $u_L + u_C = 0$ alors $L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C} = L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$ avec $i = dq / dt$ 0,5

II.3.b. L'équation différentielle vérifiée par u_C est : $LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$ avec $q = Cu_c$ 0,5

II.3.c. Vérifions que $u_C = U_m \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \varphi_0\right)$ est bien une solution de l'équation différentielle.

Dans un premier temps, dérivons deux fois u_C , alors $\frac{d^2u_c}{dt^2} = -U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \phi_0\right)$

Dans un second temps, remplaçons dans l'équation différentielle les expressions de u_C et de $\frac{d^2u_c}{dt^2}$:

$$LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = -LCU_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \phi_0\right) + U_m\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \varphi_0\right) = 0$$ 0,25

Factorisons

$$U_m\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0} + \phi_0\right)\left[-LC\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + 1\right] = 0$$

Dans un troisième temps, déterminons l'expression de T_0. A tout instant cette équation est vérifiée si $\left[-LC\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 + 1\right] = 0$

Alors $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ 0,25

Dans un quatrième temps, déterminons U_m et ϕ_0 en se plaçant dans les conditions initiales.

A $t = 0$ on a $i = -\frac{2\pi}{T_0}CU_m\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \phi_0\right) = 0$ alors $u_c = U_m$. et $\phi_0 = 0$ 0,25

Alors $u_C = U_m \cos\left(2\pi\frac{t}{T_0}\right)$

II.4. (1) = $\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$ (2) = $\frac{1}{2}Li^2$ (3) = 0 (4) = $L\frac{d^2q}{dt^2}\cdot\frac{dq}{dt}$ (5) = $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C}$ 0,75

(6) = $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$

III.1. $T_{01} = T_{02} = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{1{,}0\times 4{,}0\times 10^{-6}} = 12{,}6 \times 10^{-3}$ s = 12,3 ms

$T_{03} = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{0{,}2\times 4{,}0\times 10^{-6}} = 5{,}6 \times 10^{-3}$ s = 5,6 ms 0,75

III.2. On détermine les périodes propres par mesure de la durée entre 2 pics et on divise par 2.
On trouve : $T_{01} = T_{02} = 13$ ms et $T_{03} = 6$ ms. 0,75

III.3. Dans les expériences E_1 et E_3 les valeurs de L et de C sont les mêmes, alors la période est la même, ils s'agit donc des graphiques a et b. De plus le graphique b est plus amortie alors il s'agit de l'expérience 1 car la résistance est plus élevée.

Graphique *a* : E_3 Graphique *b* : E_1 Graphique *c* : E_2 0,75